

МНОГОМЕРНАЯ СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Э.А. ГАСЫМОВ

Бакинский Государственный Университет
riy-met@mail.ru

В настоящей работе, применяя конечное интегральное преобразование, решается смешанная задача для параболических уравнений с интегро-дифференциальными выражениями при более общих краевых условиях и более слабых ограничениях на данные рассматриваемой задачи. При определённых условиях получается аналитическое представление решения этой смешанной задачи.

В работе [1], успешно применяя формулы разложения Биркгофа [2], Тамаркина [3], рассмотрены смешанные задачи, для которых граничные условия спектральной задачи регулярны и кроме того, в краевых условиях этих задач не входили интегро-дифференциальные выражения искомой функции.

В случае, когда граничные условия спектральной задачи не регулярны или содержат интегро-дифференциальные выражения искомой функции вопрос о существовании формулы разложения Биркгофа-Тамаркина остаётся открытым.

Исследование автора показало, что при решении некоторых смешанных задач для дифференциальных уравнений в частных производных не обязательно использовать формулу разложения Биркгофа-Тамаркина.

Постановка задачи. Найдите решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i=1}^n l_i(u) + f(x, t), \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

$$x = (x_1, \dots, x_n) \in \Omega \equiv (a_1, b_1) \times (a_2, b_2) \times \dots \times (a_n, b_n),$$

при начальном условии

$$u(x, t)|_{t=0} = F(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

и с интегро-дифференциальными «краевыми» условиями

$$U_{is}(u(x, t)) \equiv \sum_{j=0}^{q(i,s)} \left\{ \alpha_{ij}^{(s)} \frac{\partial^j u(x, t)}{\partial x_i^j} \Big|_{x_i=a_i} + \beta_{ij}^{(s)} \frac{\partial^j u(x, t)}{\partial x_i^j} \Big|_{x_i=b_i} + \int_{a_i}^{b_i} \gamma_{ij}^{(s)}(x_i) \frac{\partial^j u(x, t)}{\partial x_i^j} dx_i \right\} = \varphi_{is}(x, t)|_{x_i=a_i}, \quad 0 < t \leq T, \quad x \in \Omega, \quad (3)$$

$$s = 1, \dots, 2p_i, \quad (i = 1, \dots, n),$$

где

$$l_i(u) \equiv \sum_{j=0}^{2p_i} A_{ij}(x_i) \frac{\partial^j u(x, t)}{\partial x_i^j},$$

$T(0 < T \leq \infty)$, a_i, b_i ($a_i < b_i$) - конечные числа; $q(i, s)$ - неотрицательное целое число, меньше или равно $2p_i - 1$; n, p_i - натуральные числа.

В (1)-(3) $u \equiv u(x, t)$ - искомое решение, а остальные – считаются известными.

Предполагается выполнение ограничений 1^0-3^0 .

1^0 . Пусть $A_{ij}(x_i) \in C^{M_{ij}}([a_i, b_i])$, $j = 0, \dots, 2p_i$, ($i = 1, \dots, n$),

где M_{ij} - некоторые неотрицательные целые числа.

2^0 . Пусть $\operatorname{Re}[(-1)^{p_i} \gamma_i(x_i)] < 0$, $x_i \in [a_i, b_i]$, $\gamma_i(x_i) \equiv A_{i, 2p_i}(x_i)$, $i = 1, \dots, n$.

3^0 . Все известные функции, входящие в (1)-(3), непрерывны.

Для решения задачи (1)-(3) сначала будем решать следующую параметрическую задачу

$$(l_i - \lambda_i^{2p_i})z_i = \psi_i(x_i), \quad x_i \in (a_i, b_i), \quad (4)$$

$$U_{is}(z_i) = \gamma_{is}, \quad (s = 1, \dots, 2p_i). \quad (5)$$

Обозначим через $\theta_j^{(i)}(x_i)$ ($j = 1, \dots, 2p_i$) корни уравнения

$$\theta^{2p_i} = \frac{1}{\gamma_i(x_i)}, \quad \gamma_i(x_i) \equiv A_{i, 2p_i}(x_i). \quad (6)$$

При подходящей нумерации корней уравнения (6), согласно ограничению 2^0 , имеем

$$\operatorname{Re}[\lambda_i \theta_j^{(i)}(x_i)] \leq -\varepsilon |\lambda_i|,$$

$$x_i \in [a_i, b_i], |\arg \lambda_i| \leq \sigma_i + \pi/(4p_i), \quad j = 1, \dots, p_i; \quad (7)$$

$$\theta_{j+p_i}^{(i)}(x_i) = -\theta_j^{(i)}(x_i), \quad j = 1, \dots, p_i,$$

где ε и σ_i ($0 < \sigma_i < \pi/(4p_i)$) некоторые положительные константы.

При ограничениях 1^0-2^0 , если коэффициенты уравнения (4) достаточно гладкие функции (т.е. числа M_{ij} , входящие в ограничения 1^0 , достаточно большие), то согласно [4] однородное уравнение соответствующее (4) имеет систему фундаментальных частных решений $z_{ij}(x_i, \lambda_i)$, $j = 1, \dots, 2p_i$, представляемыми асимптотическими формулами

$$\frac{d^l}{dx_i^l} z_{ij}(x_i, \lambda_i) = \lambda_i^l \left\{ \exp[\lambda_i \omega_{ij}(x_i)] \sum_{s=0}^{m_i} \frac{1}{\lambda_i^s} g_{ij}^{(s,l)}(x_i) + \frac{1}{\lambda_i^{l+m_i}} E_{ij}^{(l)}(x_i, \lambda_i) \right\}; \quad x_i \in [a_i, b_i],$$

$$\lambda_i \in R_{i\sigma_i} \equiv \{ \lambda_i : |\lambda_i| \geq R, |\arg \lambda_i| \leq \sigma_i + \pi/(4p_i) \}, \quad j = 1, \dots, 2p_i, \quad 0 \leq l \leq 2p_i - 1, \quad (8)$$

здесь

$$\omega_{ij}(x_i) = \int_{a_i}^{x_i} \theta_j^{(i)}(\xi_i) d\xi_i \quad \text{при } j = 1, \dots, p_i,$$

$$\omega_{ij+p_i}(x_i) = -\int_{x_i}^{b_i} \theta_j^{(i)}(\xi_i) d\xi_i \quad \text{при } j = 1, \dots, p_i, \quad (9)$$

$g_{ij}^{(s,l)}(x_i)$ - непрерывные функции, $E_{ij}^{(l)}(x_i, \lambda_i)$ - непрерывные функции по совокупности аргументов, удовлетворяющие неравенств

$$\begin{aligned}
|E_{ij}^{(l)}(x_i, \lambda_i)| &\leq \text{const} \exp\left[-\frac{\varepsilon}{2}|\lambda_i|(x_i - a_i)\right] \text{ при } j = 1, \dots, p_i, \\
|E_{ij}^{(l)}(x_i, \lambda_i)| &\leq \text{const} \cdot \exp\left[-\frac{\varepsilon}{2}|\lambda_i|(b_i - x_i)\right] \text{ при } j = 1 + p_i, \dots, 2p_i, \\
x_i &\in [a_i, b_i], \quad \lambda_i \in R_{i\sigma_i}, \quad (10)
\end{aligned}$$

R - достаточно большое положительное число.

Обозначим через $\Delta_i(\lambda_i)$ знаменателем функции Green'a задачи (4)-(5), т.е.

$$\Delta_i(\lambda_i) = \det \begin{pmatrix} U_{i1}(z_{i1}) & \dots & U_{i1}(z_{i2p_i}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ U_{i2p_i}(z_{i1}) & \dots & U_{i2p_i}(z_{i2p_i}) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Принимая во внимание (7)-(10) и разложая определитель (11), имеем

$$\Delta_i(\lambda_i) = \alpha_{iN_i} \lambda_i^{N_i} + \alpha_{iN_i-1} \lambda_i^{N_i-1} + \dots + \alpha_{iN_i-s_i} \lambda_i^{N_i-s_i} + \frac{1}{\lambda_i^{l+s_i-N_i}} E_i(\lambda_i), \quad (12)$$

$\lambda_i \in R_{i\sigma_i}$, где N_i - наивысшая возможная степень по λ_i , s_i - неотрицательное целое число, α_{iN} - некоторые числа, $E_i(\lambda_i)$ - некоторые функции, удовлетворяющие неравенству

$$|E_i(\lambda_i)| \leq \text{const} \cdot, \quad \lambda_i \in R_{i\sigma_i}. \quad (13)$$

Отметим, что число s_i , входящие в (12), можно брать достаточно большим (т.е. для $\Delta_i(\lambda_i)$ можно получить более точную асимптотику), если число m_i , входящие в (8), достаточно большие (по другому, если коэффициенты уравнения (4) достаточно гладкие функции) и функции $\gamma_{ij}^{(s)}(x_i)$, входящие в (3), достаточно гладкие.

Определение. Будем говорить, что интегро-дифференциальные «краевые» условия (5) (или (3)) правильны, если для каждого фиксированного i ($i = 1, \dots, n$) хотя бы одно из чисел

$$\alpha_{iN_i}, \alpha_{iN_i-1}, \dots, \alpha_{iN_i-s_i}, \text{ (из(12))}$$

отлично от нуля.

Используя результаты работ [4]-[7], легко доказывается следующая

Лемма. Пусть выполняются ограничения 1⁰-2⁰ и условия (5) правильны.

Тогда, при $\psi_i \in C([a_i, b_i])$, $\lambda_i \in R_{i\sigma_i}$ задача (4)-(5):

a) имеет единственное решение,

b) это решение можно представить формулой

$$\begin{aligned}
z_i(x_i, \lambda_i) &= \delta_i(x_i, \lambda_i, \gamma_{i1}, \dots, \gamma_{i2p_i}) + \int_{a_i}^{b_i} G_i(x_i, \xi_i, \lambda_i) \psi_i(\xi_i) d\xi_i, \\
x_i &\in [a_i, b_i], \quad \lambda_i \in R_{i\sigma_i}, \quad (14)
\end{aligned}$$

где $\delta_i(x_i, \lambda, \gamma_{i1}, \dots, \gamma_{i2p_i})$ - решение задачи (4)-(5) при $\psi_i(x_i) \equiv 0$; $G_i(x_i, \xi_i, \lambda)$ - функции Грина этой задачи. В [4] указано явное представление $\delta_i(x_i, \lambda, \gamma_{i1}, \dots, \gamma_{i2p_i})$ и $G_i(x_i, \xi_i, \lambda)$ через фундаментальное решение и системы фундаментальных частных решений однородного уравнения, соответствующего (4).

Аналогично [4]-[7] доказывается следующая теорема о формуле обращения.

Теорема 1. Пусть выполняются ограничения 1^0-2^0 и интегро-дифференциальные «краевые» условия (5) правильны.

Тогда, если функция $\psi_i \in C([a_i, b_i])$ непрерывная по Гёльдеру с показателем α ($0 < \alpha \leq 1$) в $[\mu_i, \beta_i]$ (μ_i и β_i - некоторые числа, удовлетворяющие неравенству $a_i < \mu_i < \beta_i < b_i$), то при $x_i \in (\mu_i, \beta_i)$ имеет место следующая формула обращения

$$-\frac{2p_i}{(\pi + 4p_i\sigma_i)\sqrt{-1}} \int_{L_i} \lambda_i^{2p_i-1} d\lambda_i \int_{a_i}^{b_i} G_i(x_i, \xi_i, \lambda_i) \psi_i(\xi_i) d\xi_i = \psi_i(x_i), \quad (15)$$

где L_i - бесконечная гладкая линия в $R_i\sigma_i$, достаточно далёкая часть которой совпадает с продолжениями лучей $\arg \lambda_i = \pm(\sigma_i + \pi/(4p_i))$, причём в (15) интеграл по линиям L_i понимается в смысле главного значения.

Имеет место

Теорема 2. Пусть выполняются ограничения 1^0-3^0 и интегро-дифференциальные «краевые» условия (3) правильны. Тогда, если задача (1)-(3) имеет классическое решение, то

- 1) оно единственное;
- 2) его можно представить формулой

$$u(x, t) = \frac{1}{\alpha_n} \int_{L_1} \lambda_1^{2p_1-1} d\lambda_1 \int_{L_2} \lambda_2^{2p_2-1} d\lambda_2 \dots \int_{L_n} \lambda_n^{2p_n-1} g(\lambda, t) \mathfrak{S}_n(x, t, \lambda) d\lambda_n, \quad x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T, \quad (16)$$

где

$$g(\lambda, t) = \exp\left[-(\lambda_1^{2p_1} + \lambda_2^{2p_2} + \dots + \lambda_n^{2p_n})t\right]$$

$$F_0(x, t, \lambda) = -F(x) - \int_0^t g(\lambda, \tau) f(x, \tau) d\tau,$$

$$\psi_{1s}(x, t, \lambda) = \int_0^t g(\lambda, \tau) \varphi_{1s}(x, \tau) d\tau, \quad s = 1, \dots, 2p_1;$$

$$\begin{aligned} \psi_{k+1,s}(x, t, \lambda) = & \int_0^t g(\lambda, \tau) d\tau \int_{a_k}^{b_k} G_k(x_k, \xi_k, \lambda_k) d\xi_k \dots \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) \times \\ & \times \{\varphi_{k+1,s}(x, \tau)\}_{x_1=\xi_1, \dots, x_k=\xi_k} d\xi_1, \quad s = 1, \dots, 2p_{k+1}, \quad (k = 1, \dots, n-1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_k(x, t, \lambda) = & \int_{a_k}^{b_k} G_k(x_k, \xi_k, \lambda_k) \{F_{k-1}(x, t, \lambda)\}_{x_k=\xi_k} d\xi_k + \\ & + \delta_k \left(x_k, \lambda_k, \psi_{k1}(x, t, \lambda)|_{x_k=a_k}, \dots, \psi_{k2p_k}(x, t, \lambda)|_{x_k=a_k} \right), \end{aligned}$$

$$k = 1, \dots, n, \quad \alpha_n = (-1)^{n-1} (\pi\sqrt{-1})^n / \left(\prod_{i=1}^n p_i \right), \quad (17)$$

причём в (16) интеграл по линиям L_i понимается в смысле главного значения.

Доказательство. Пусть задача (1)-(3) имеет классическое решение. Тогда из (1) имеем

$$\int_0^t g(\lambda, \tau) \frac{\partial u(x, \tau)}{\partial \tau} d\tau = \sum_{i=1}^n l_i \int_0^t g(\lambda, \tau) u(x, \tau) d\tau + \int_0^t g(\lambda, \tau) f(x, \tau) d\tau.$$

Отсюда

$$\sum_{i=1}^n (l_i - \lambda_i^{2p_i}) \int_0^t g(\lambda, \tau) u(x, \tau) d\tau = g(\lambda, t) u(x, t) + \mathfrak{S}_0(x, t, \lambda).$$

Следовательно

$$\begin{aligned} (l_1 - \lambda_1^{2p_1}) \int_0^t g(\lambda, \tau) u(x, \tau) d\tau &= g(\lambda, t) u(x, t) + \mathfrak{S}_0(x, t, \lambda) - \\ &- \sum_{i=2}^n (l_i - \lambda_i^{2p_i}) \int_0^t g(\lambda, \tau) u(x, \tau) d\tau, \quad x_1 \in (a_1, b_1), (x \in \Omega, 0 \leq t \leq T). \end{aligned} \quad (18)$$

Из первых серий условий (3) имеем

$$U_{1s} \left(\int_0^t g(\lambda, \tau) u(x, \tau) d\tau \right) = \psi_{1s}(x, t, \lambda) \Big|_{x_1=a_1}, \quad s = 1, \dots, 2p_1. \quad (19)$$

При $\lambda_i \in R_{i\sigma_i}$ в силу единственности решения задачи (4)-(5) согласно формуле (14) из (18)-(19) получаем

$$\begin{aligned} \int_0^t g(\lambda, \tau) u(x, \tau) d\tau &= \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) \{ g(\lambda, t) \times \\ &\times u(x, t) + \mathfrak{S}_0(x, t, \lambda) - \sum_{i=2}^n (l_i - \lambda_i^{2p_i}) \int_0^t g(\lambda, \tau) u(x, \tau) d\tau \}_{x_1=\xi_1} d\xi_1 + \\ &+ \delta_1(x_1, \lambda_1, \psi_{11}(x, t, \lambda) \Big|_{x_1=a_1}, \dots, \psi_{12p_1}(x, t, \lambda) \Big|_{x_1=a_1}). \end{aligned}$$

Следовательно

$$\begin{aligned} (l_2 - \lambda_2^{2p_2}) \int_0^t g(\lambda, \tau) d\tau \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) [u(x, \tau)]_{x_1=\xi_1} d\xi_1 &= \\ = \mathfrak{S}_1(x, t, \lambda) + g(\lambda, t) \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) [u(x, \tau)]_{x_1=\xi_1} d\xi_1 - \int_0^t g(\lambda, \tau) u(x, \tau) d\tau - \\ - \sum_{i=3}^n (l_i - \lambda_i^{2p_i}) \int_0^t g(\lambda, \tau) d\tau \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) [u(x, \tau)]_{x_1=\xi_1} d\xi_1; \end{aligned} \quad (20)$$

$$x_2 \in (a_2, b_2), (x \in \Omega, 0 \leq t \leq T).$$

Из вторых серий условия (3) получаем

$$U_{2s} \left(\int_0^t g(\lambda, \tau) d\tau \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) [u(x, \tau)]_{x_1=\xi_1} d\xi_1 \right) =$$

$$= \psi_{2s}(x, t, \lambda)|_{x_2=a_2}, \quad s = 1, \dots, 2p_2. \quad (21)$$

Заново, пользуясь формулой (14) из (20)-(21) имеем

$$\begin{aligned} & \int_0^t g(\lambda, \tau) d\tau \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) \{u(x, \tau)\}_{x_1=\xi_1} d\xi_1 = \\ & + \delta_2(x_2, \lambda_2, \psi_{21}(x, t, \lambda)|_{x_2=a_2}, \dots, \psi_{22p_2}(x, t, \lambda)|_{x_2=a_2}) + \\ & + \int_{a_2}^{b_2} G_2(x_2, \xi_2, \lambda_2) \left\{ \mathfrak{G}_1(x, t, \lambda) + g(\lambda, t) \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) [u(x, t)]_{x_1=\xi_1} d\xi_1 - \right. \\ & \left. - \int_0^t g(\lambda, \tau) u(x, \tau) d\tau - \sum_{i=3}^n (l_i - \lambda_i^{2p_i}) \int_0^t g(\lambda, \tau) d\tau \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) [u(x, \tau)]_{x_1=\xi_1} d\xi_1 \right\}_{x_2=\xi_2} d\xi_2. \end{aligned}$$

Следовательно, повторяя вышеизложенные рассуждения $(n-2)$ раз, получаем

$$V(x, t, \lambda) = F_n(x, t, \lambda), \quad x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T, \quad \lambda_i \in R_{i\sigma_i}, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} V(x, t, \lambda) = & \sum_{1 \leq l_1 < l_2 < \dots < l_{n-1} \leq n} \int_0^t g(\lambda, \tau) d\tau \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) d\xi_1 \dots \\ & \dots \int_{a_{n-1}}^{b_{n-1}} G_{l_{n-1}}(x_{l_{n-1}}, \xi_{l_{n-1}}, \lambda_{l_{n-1}}) d\xi_{l_{n-1}} \{u(x, \tau)\}_{x_{l_1}=\xi_{l_1}, \dots, x_{l_{n-1}}=\xi_{l_{n-1}}} d\xi_{l_{n-1}} - \\ & - g(\lambda, t) \int_{a_1}^{b_1} G_1(x_1, \xi_1, \lambda_1) d\xi_1 \dots \int_{a_n}^{b_n} G_n(x_n, \xi_n, \lambda_n) u(\xi, t) d\xi_n. \end{aligned} \quad (23)$$

Умножая обе части (22) на

$$\lambda_1^{2p_1-1} \lambda_2^{2p_2-2} \dots \lambda_n^{2p_n-1} g(\lambda, -t)$$

и интегрируя по контурам L_i по λ_i получаем

$$U(x, t) = \int_{L_1} \lambda_1^{2p_1-1} d\lambda_1 \dots \int_{L_n} \lambda_n^{2p_n-1} g(\lambda, -t) F_n(x, t, \lambda) d\lambda_n \quad x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T, \quad (24)$$

где

$$U(x, t) = \int_{L_1} \lambda_1^{2p_1-1} d\lambda_1 \dots \int_{L_n} \lambda_n^{2p_n-1} g(\lambda, -t) V(x, t, \lambda). \quad (25)$$

Принимая во внимание формулу обращения (15) и формулу обращения для конечного интегрального преобразования [4] из (25), имеем

$$U(x, t) = \alpha_n \cdot u(x, t) \quad x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T. \quad (26)$$

Учитывая (26) в (24) получим справедливость формулы (16). Теорема доказана.

Ввиду того, что при $t > 0$ и $|\lambda_i| \rightarrow \infty$ функция $\exp(t\lambda_i^{2p_i})$ по линиям L_i убывает экспоненциальным ростом, то накладывая определённые ограничения на данные задачи (1)-(3) легко убедиться, что функция $u(x, t)$, определяемая формулой (16), на самом деле является классическим решением задачи (1)-(3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Расулов М.Л. Применение метода контурного интеграла. М.: Наука, 1975, 255 с.
2. Birkhoff G.D. On the asymptotic character of the solutions of certain linear differential equations containing a parameter // Trans.Am.Math.Soc., 1908, 9, p.219-232.
3. Тамаркин Я.Д. О некоторых общих задачах теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений и о разложении произвольных функций в ряды. Петроград: 1917, 308 с.
4. Гасымов Э.А. Интегральные преобразования и параболические потенциалы; применение их к решению некоторых смешанных задач: Канд.диссертация, МГУ им.М.В.Ломоносова, М.: 1984, 157 с.
5. Гасымов Э.А. Применение интегрального преобразования к решению смешанной задачи для одного неклассического уравнения // Дифференц.уравнения, 1989, т. 25, с.909-911.
6. Гасымов Э.А. Смешанные задачи на сопряжение параболических систем разных порядков с нелокальными краевыми условиями // Дифференц.уравнения, 1990, т.26, №8, с.1364-1374.
7. Гасымов Э.А. Применение интегральных преобразований к решению некоторых смешанных задач // Дифференц.уравнения, 1992, т.28, №3, с.521-522.

PARABOLİK TƏNLİKLƏR ÜÇÜN İNTEQRƏ-DİFERENSİAL ŞƏRTLİ ÇOXÖLÇÜLÜ QARIŞIQ MƏSƏLƏ

E.A.QASIMOV

XÜLASƏ

Məqalədə müəllifə məxsus sonlu inteqral çevirmə metodunu tətbiq etməklə daha ümumi «sərhəd» şərtləri daxilində parabolik tənliklər üçün çoxölçülü qarışıq məsələyə baxılır. Sonlu inteqral çevirmə metodunu tətbiq etməklə baxılan məsələnin həllinin analitik ifadəsi alınır.

MULTIDIMENTIONAL MIXED PROBLEM FOR THE PARABOLIC EQUATION WITH INTEGRO-DIFFERENTIAL CONDITIONS

E.A.GASIMOV

SUMMARY

Applying to the author's boundary integral transformation method the paper studies the mixed problem for the parabolic equations with integral-differential expressions under more general boundary conditions and weaker limitations. The analytical representation of the solution to the given mixed problem under specific conditions has been determined.